МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математической физики
и информационных технологий

С.А. Переселков

20.06.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.07 Высшая математика

1. Код и наименование специальности:

14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг.

2. Специализация: Проектирование и эксплуатация атомных станций.

3. Квалификация выпускника: инженер-физик

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: кафедра математической физики и информационных технологий

6. Составители программы: Переселков Сергей Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 14.06.2023 г.

8. Учебный год: 2023/2024, 2024/2025 **Семестр(ы):** 1, 2, 3

9.Цели и задачи учебной дисциплины: дать знания по основным понятиям и методам математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексной переменной и обыкновенным дифференциальным уравнениям; научить работать с научной информацией, критически оценивать надежность источников информации, строить математические модели, рассматривать различные варианты решения задач, выделяя достоинства и недостатки.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение дифференциального и интегрального исчисления функции одной вещественной переменной, лежащего в основе всех физических и математических курсов.
- изучение определенного интеграла, который представляет собой важный вопрос курса Высшей математики на физическом факультете и имеет приложения в большинстве математических и физических дисциплин.
- изучение дифференциального и интегрального исчисления нескольких переменных.
- изучение криволинейных и поверхностных интегралов.
- изучение числовых рядов, сходимость, абсолютная и условная сходимость, функциональные ряды, степенной ряд, радиус сходимости степенного ряда, ряд Фурье, интеграл Фурье.

10.Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Высшая математика» относится к обязательным дисциплинам базовой части Б1. Данная дисциплина предшествует следующим дисциплинам: Б1.О.15 «Теория вероятностей и математическая статистика», Б1.О.20 «Уравнения математической физики»; необходима для освоения дисциплин, Б1.О.09 «Электростатика, электромагнетизм, колебания и волны», Б1.О.10 «Оптика, физика атомов и молекул»; Б1.О.18 «Статистическая физика», Б1.О.19 «Ядерная физика», Б1.О.21 «Механика жидкости и газа».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и	ОПК1.1	Знает основные понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функции комплексного переменного.	Демонстрирует знания математических законов в применении к построению различных физических и математических моделей с использованием знаний

	моделирования, теоретического и экспериментального исследования			математических дисциплин.
		ОПК1.2	Знает основные понятия и законы механики жидкости и газа, тепломассообмена; уравнений неразрывности, движения, сохранения энергии применительно к потокам; основные законы технической термодинамики	Демонстрирует знания, умения и навыки применения математических законов к решению различных физических и технических задач
		ОПК1.6	Рассчитывает основные характеристики случайных величин	Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.
		ОПК1.8	Владеет методами аналитического и численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики	Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.

12. **Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** (*в соответствии с учебным планом)* **—** 16/576.

Форма промежуточной аттестации*:* экзамен (3).

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			1 семестр	2 семестр	3 семестр
Аудиторные занятия		264	108	88	68
в том числе:	лекции	132	54	44	34
	практические	132	54	44	34
	лабораторные	0	0	0	0
Самостоятельная работа		204	36	92	76
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации		108	36	36	36
Итого:		576	180	216	180

13.1. Содержание дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайнкурса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	1 семестр Линейная алгебра.	Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Операции над матрицами. Определители 2, 3, n − го порядков и их свойства. Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы. Теорема о базисном миноре. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Методы нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод). Однородные системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Фундаментальная система решений. Линейный оператор, матрица оператора. Задача на собственные значения. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

1.2	Векторная алгебра.	Определение вектора как элемента линейного пространства. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведения векторов, их основные свойства, геометрический и физический смысл. Координатное выражение произведений векторов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.3	Аналитическая геометрия.	Общие понятия о линии, поверхности. Уравнения линий и поверхностей. Полярные координаты. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Взаимное положение прямых на плоскости. Уравнения плоскости и уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Геометрические определения кривых второго порядка (эллипс, гипербола, парабола). Вывод канонических уравнений этих кривых, построение кривых второго порядка по их каноническому уравнению. Преобразование декартовых координат на плоскости. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка (эллипсоид, параболоиды, гиперболоиды, цилиндры, конус), их канонические уравнения. Метод сечений в исследовании формы поверхностей. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.4	Введение в математический анализ.	Понятие множества. Вещественные числа и их основные свойства. Логическая символика. Понятие функции: определение, четность, периодичность, монотонность, способы задания. Обратная функция. Числовые последовательности: определение, свойства. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Основные теоремы о пределах последовательностей. Теорема о монотонной ограниченной последовательности. Число е. Предел функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции: определение, свойства и их взаимная связь. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательные пределы. Сравнения бесконечно малых величин. Свойства, таблица эквивалентных бесконечно малых величин и ее применение для вычисления пределов. Непрерывность функции: определение, геометрическая интерпретация. Непрерывность в точке и на интервале. Теоремы о свойствах непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

1.5	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Определение и геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции. Связь дифференцируемых функций с функциями непрерывными. Определение и геометрический смысл дифференциала. Правила дифференцирования и таблица производных. Теоремы о производной обратной и сложной функций. Дифференцирование показательно-степенной, неявно и параметрически заданной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталя, применение к раскрытию неопределенностей. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.. Монотонность функции. Точки экстремума. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования экстремума. Схема исследования функций с помощью производных на экстремум. Асимптоты: определение, виды (наклонная, вертикальная). Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Теорема о достаточных условиях существования точки перегиба. Полная схема исследования функции и построения ее графика.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Определение функции нескольких переменных. Область определения. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные функций нескольких переменных. Производная сложной функции и функции заданной неявно. Полный дифференциал функции нескольких переменных, инвариантность формы первого дифференциала Частные и полное приращение функции (геометрическая иллюстрация). Частные производные и дифференциалы высших порядков. Скалярное поле, линии и поверхности уровня. Градиент и производная по направлению. Свойства градиента. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора для функции двух переменных. Экстремум функции нескольких переменных (необходимые и достаточные условия). Наименьшее и наибольшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум функции нескольких переменных.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

1.7	2 семестр Неопределенный интеграл.	Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Теорема о представлении правильной рациональной дроби в виде суммы конечного числа простейших дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Подстановки Чебышева, Эйлера, тригонометрические.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.8	Определенный интеграл.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интегральной суммы Римана. Понятие определенного интеграла, его геометрический и физический смысл. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Формула НьютонаЛейбница. Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объемов тел. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение, свойства. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Теорема сравнения. Интеграл, зависящий от параметра.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.9	Кратные интегралы.	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл. Теорема существования, свойства. Сведение двойного интеграла от непрерывной функции к повторному интегралу. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл, определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат. Формулировка теоремы о замене переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Приложение кратных интегралов: вычисление объемов тел и площадей фигур, решение задач механики и физики.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

1.10	Элементы векторного анализа.	Криволинейные интегралы по длине дуги. Определение, свойства, физический смысл, вычисление. Задача о вычислении работы силового поля. Определение, свойства и вычисление криволинейного интеграла по координатам. Теорема Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Отыскание функции по ее полному дифференциалу. Поверхностный интеграл по площади поверхности. Определение, формула для вычисления. Геометрический и физический смысл. Задача о вычислении потока векторного поля через поверхность. Определение, физический смысл, свойства и вычисление поверхностного интеграла по координатам. Теорема и формула Остроградского-Гаусса. Ориентация поверхности и направление обхода замкнутого контура. Теорема и формула Стокса. Векторное поле. Векторные линии. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции первого порядка в скалярном и векторных полях. Потенциальные поля. Теорема Гельмгольца. Дифференциальные операции второго порядка. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Теорема о существовании и вычислении дивергенции. Свойства дивергенции, векторная запись формулы Остроградского-Гаусса. Соленоидальное поле. Векторная трубка. Основное свойство соленоидального векторного поля. Циркуляция и ротор векторного поля. Механический смысл ротора, его свойства. Векторная запись формулы Стокса. Интегродифференциальная форма уравнений электромагнитного поля.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.11	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.	Дифференциальные уравнения первого порядка: основные определения и понятия. Существование и единственность решения задачи Коши. Особые решения. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, приводящиеся к ним. Однородные уравнения. Способ решения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения. Методы решения: метод Лагранжа, метод Бернулли. Уравнение Бернулли и методы решения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.12	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия и определения. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, построение фундаментальной системы решений. Уравнение Эйлера. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с произвольной правой частью. Метод Лагранжа	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

		(вариации постоянных). Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений: основные определения и понятия. Методы последовательного исключения неизвестных и интегрирующих комбинаций. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Методы решения. Линейные неоднородные системы.	
1.13	3 семестр Числовые ряды.	Понятие числового ряда. Определение сходящегося и расходящегося ряда. Теоремы о свойствах сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Понятие знакоположительного ряда, необходимое и достаточное условие его сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: Д'Аламбера, радикальный Коши, интегральный Коши, признаки сравнения. Эталонные ряды и их сходимость. Знакопеременные ряды: понятие условной и абсолютной сходимости. Теорема Лейбница. Признак Дирихле. Схема исследования знакочередующихся рядов на сходимость.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.14	Функциональные ряды.	Определения функционального ряда и области его сходимости. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля и ее геометрическая иллюстрация. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Основные свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Теорема о необходимых и достаточных условиях разложения функции в ряд Тейлора. Таблица разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.15	Ряды Фурье.	Ортогональные и нормированные системы функций. Тригонометрическая система функций. Понятие тригонометрического ряда Фурье. Теорема о коэффициентах ряда Фурье. Сумма ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на полуинтервале. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом. Сдвиг сегмента разложения. Понятие об интеграле Фурье.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.16	Комплексные числа и функции.	Комплексные числа и действия над ними. Определение ФКП. Реальная и мнимая части функции. Основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства. Однозначные и многозначные функции. Точки ветвления и их классификация. Производная ФКП. Дифференцируемость. Теорема о необходимом и достаточном условиях дифференцируемости функции в точке. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл производной. Понятие аналитичности ФКП. Интеграл от ФКП вдоль кривой и его	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

		свойства. Теорема о независимости интеграла от пути интегрирования. Интегральная формула Коши.	
1.17	Ряды в комплексной области.	Числовые ряды с комплексными членами. Абсолютная сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг и радиус сходимости. Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора. Ряды Лорана, определение. Главная и правильная части ряда Лорана. Кольцо сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана о разложении аналитической функции в кольце в ряд. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о нулях функции. Понятие аналитического продолжения. Особые точки и их классификация. Поведение функции в окрестности особой точки.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.18	Теория вычетов и её приложения.	Вычет функции в изолированной особой точке. Формулы для вычисления вычетов. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению определённых интегралов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
1.19	Преобразование Лапласа.	Операционное исчисление: основные понятия и определения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений. Отыскание оригинала по изображению. Интеграл Меллина. Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом. Интеграл Дюамеля и его применение к решению дифференциальных уравнений. Решение систем однородных и неоднородных дифференциальных уравнений операционным методом.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2. Практические занятия			
2.1	1 семестр Линейная алгебра.	Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Операции над матрицами. Определители 2, 3, n − го порядков и их свойства. Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы. Теорема о базисном миноре. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Методы нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод). Однородные системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

		определения. Фундаментальная система решений. Линейный оператор, матрица оператора. Задача на собственные значения. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	
2.2	Векторная алгебра.	Определение вектора как элемента линейного пространства. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведения векторов, их основные свойства, геометрический и физический смысл. Координатное выражение произведений векторов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.3	Аналитическая геометрия.	Общие понятия о линии, поверхности. Уравнения линий и поверхностей. Полярные координаты. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Взаимное положение прямых на плоскости. Уравнения плоскости и уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Геометрические определения кривых второго порядка (эллипс, гипербола, парабола). Вывод канонических уравнений этих кривых, построение кривых второго порядка по их каноническому уравнению. Преобразование декартовых координат на плоскости. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка (эллипсоид, параболоиды, гиперболоиды, цилиндры, конус), их канонические уравнения. Метод сечений в исследовании формы поверхностей. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.4	Введение в математический анализ.	Понятие множества. Вещественные числа и их основные свойства. Логическая символика. Понятие функции: определение, четность, периодичность, монотонность, способы задания. Обратная функция. Числовые последовательности: определение, свойства. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Основные теоремы о пределах последовательностей. Теорема о монотонной ограниченной последовательности. Число е. Предел функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции: определение, свойства и их взаимная связь. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательные пределы. Сравнения бесконечно малых величин. Свойства, таблица эквивалентных бесконечно малых величин и ее применение для вычисления пределов. Непрерывность функции: определение, геометрическая интерпретация. Непрерывность в точке и на интервале. Теоремы о свойствах непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.5	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Определение и геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции. Связь дифференцируемых функций с функциями	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

		непрерывными. Определение и геометрический смысл дифференциала. Правила дифференцирования и таблица производных. Теоремы о производной обратной и сложной функций. Дифференцирование показательностепенной, неявно и параметрически заданной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталя, применение к раскрытию неопределенностей. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.. Монотонность функции. Точки экстремума. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования экстремума. Схема исследования функций с помощью производных на экстремум. Асимптоты: определение, виды (наклонная, вертикальная). Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Теорема о достаточных условиях существования точки перегиба. Полная схема исследования функции и построения ее графика.	
2.6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Определение функции нескольких переменных. Область определения. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные функций нескольких переменных. Производная сложной функции и функции заданной неявно. Полный дифференциал функции нескольких переменных, инвариантность формы первого дифференциала Частные и полное приращение функции (геометрическая иллюстрация). Частные производные и дифференциалы высших порядков. Скалярное поле, линии и поверхности уровня. Градиент и производная по направлению. Свойства градиента. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора для функции двух переменных. Экстремум функции нескольких переменных (необходимые и достаточные условия). Наименьшее и наибольшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум функции нескольких переменных.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.7	2 семестр Неопределенный интеграл.	Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Теорема о представлении правильной рациональной дроби в виде суммы конечного числа простейших дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Подстановки Чебышева, Эйлера, тригонометрические.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

2.8	Определенный интеграл.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интегральной суммы Римана. Понятие определенного интеграла, его геометрический и физический смысл. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объемов тел. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение, свойства. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Теорема сравнения. Интеграл, зависящий от параметра.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.9	Кратные интегралы.	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл. Теорема существования, свойства. Сведение двойного интеграла от непрерывной функции к повторному интегралу. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл, определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат. Формулировка теоремы о замене переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Приложение кратных интегралов: вычисление объемов тел и площадей фигур, решение задач механики и физики.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.10	Элементы векторного анализа.	Криволинейные интегралы по длине дуги. Определение, свойства, физический смысл, вычисление. Задача о вычислении работы силового поля. Определение, свойства и вычисление криволинейного интеграла по координатам. Теорема Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Отыскание функции по ее полному дифференциалу. Поверхностный интеграл по площади поверхности. Определение, формула для вычисления. Геометрический и физический смысл. Задача о вычислении потока векторного поля через поверхность. Определение, физический смысл, свойства и вычисление поверхностного интеграла по координатам. Теорема и формула Остроградского-Гаусса. Ориентация поверхности и направление обхода замкнутого контура. Теорема и формула Стокса. Векторное поле. Векторные линии. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции первого порядка в скалярном и векторных полях. Потенциальные поля. Теорема Гельмгольца. Дифференциальные операции второго порядка. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Теорема о существовании и	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

		вычислении дивергенции. Свойства дивергенции, векторная запись формулы Остроградского-Гаусса. Соленоидальное поле. Векторная трубка. Основное свойство соленоидального векторного поля. Циркуляция и ротор векторного поля. Механический смысл ротора, его свойства. Векторная запись формулы Стокса. Интегро-дифференциальная форма уравнений электромагнитного поля.	
2.11	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.	Дифференциальные уравнения первого порядка: основные определения и понятия. Существование и единственность решения задачи Коши. Особые решения. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, приводящиеся к ним. Однородные уравнения. Способ решения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения. Методы решения: метод Лагранжа, метод Бернулли. Уравнение Бернулли и методы решения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.12	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия и определения. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, построение фундаментальной системы решений. Уравнение Эйлера. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с произвольной правой частью. Метод Лагранжа (вариации постоянных). Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений: основные определения и понятия. Методы последовательного исключения неизвестных и интегрирующих комбинаций. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Методы решения. Линейные неоднородные системы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.13	3 семестр Числовые ряды.	Понятие числового ряда. Определение сходящегося и расходящегося ряда. Теоремы о свойствах сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Понятие знакоположительного ряда, необходимое и достаточное условие его сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: Д'Аламбера, радикальный Коши, интегральный Коши, признаки сравнения. Эталонные ряды и их сходимость. Знакопеременные ряды: понятие условной и абсолютной сходимости. Теорема Лейбница. Признак Дирихле. Схема исследования знакочередующихся рядов на сходимость.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

2.14	Функциональные ряды.	Определения функционального ряда и области его сходимости. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля и ее геометрическая иллюстрация. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Основные свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Теорема о необходимых и достаточных условиях разложения функции в ряд Тейлора. Таблица разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.15	Ряды Фурье.	Ортогональные и нормированные системы функций. Тригонометрическая система функций. Понятие тригонометрического ряда Фурье. Теорема о коэффициентах ряда Фурье. Сумма ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на полуинтервале. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом. Сдвиг сегмента разложения. Понятие об интеграле Фурье.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.16	Комплексные числа и функции.	Комплексные числа и действия над ними. Определение ФКП. Реальная и мнимая части функции. Основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства. Однозначные и многозначные функции. Точки ветвления и их классификация. Производная ФКП. Дифференцируемость. Теорема о необходимом и достаточном условиях дифференцируемости функции в точке. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл производной. Понятие аналитичности ФКП. Интеграл от ФКП вдоль кривой и его свойства. Теорема о независимости интеграла от пути интегрирования. Интегральная формула Коши.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.17	Ряды в комплексной области.	Числовые ряды с комплексными членами. Абсолютная сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг и радиус сходимости. Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора. Ряды Лорана, определение. Главная и правильная части ряда Лорана. Кольцо сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана о разложении аналитической функции в кольце в ряд. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о нулях функции. Понятие аналитического продолжения. Особые точки и их классификация. Поведение функции в окрестности особой точки.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479
2.18	Теория вычетов и её приложения.	Вычет функции в изолированной особой точке. Формулы для вычисления вычетов. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению определённых интегралов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

2.19	Преобразование Лапласа.	Операционное исчисление: основные понятия и определения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений. Отыскание оригинала по изображению. Интеграл Меллина. Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом. Интеграл Дюамеля и его применение к решению дифференциальных уравнений. Решение систем однородных и неоднородных дифференциальных уравнений операционным методом.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7479

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	1 семестр Линейная алгебра	14	14	0	10	38
2	Векторная алгебра.	4	4	0	7	15
3	Аналитическая геометрия.	10	10	0	15	35
4	Введение в математический анализ.	6	6	0	10	22
5	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	10	10	0	15	35
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	10	10	0	15	35
7	2 семестр Неопределенный интеграл.	6	6	0	12	24
8	Определенный интеграл.	6	6	0	12	24
9	Кратные интегралы.	6	6	0	12	24
10	Элементы векторного анализа.	6	6	0	12	24
11	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.	10	10	0	20	40
12	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	10	10	0	24	44
13	3 семестр Числовые ряды.	4	4	0	4	12
14	Функциональные ряды.	6	6	0	8	20

15	Ряды Фурье.	6	6	0	8	20
16	Комплексные числа и функции.	4	4	0	4	12
17	Ряды в комплексной области.	6	6	0	6	18
18	Теория вычетов и её приложения.	4	4	0	6	14
19	Преобразование Лапласа.	4	4	0	4	12
	Итого:	132	132	0	204	468

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:
- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Ильин В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Ким Г.Д. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Проспект | Издательство Московского университета, 2015 .— 393 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=251656)
2	Скрыдлова Е.В. Линейная алгебра: учебное пособие / Е.В. Скрыдлова, О.О. Белова. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2012. — 142 с.
3	Мальцев, И.А. Линейная алгебра: учебное пособие. — Электрон. Дан. — СПб.: Лань, 2010. — 380 с. (ЭБС «ЛАНЬ» http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=610)
4	Магазинников Л.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Л.И. Магазинников; Магазинникова А.Л. — Томск: Эль Контент, 2012 .— 180 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=208684)

5	Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4-х ч Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. 1. Линейная и векторная алгебра. / А.П. Рябушко; Бархатов В.В.; Державец В.В.; Юруть И.Е. — 6-е изд. — Минск: Высшая школа, 2011 .— 304 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=119838)
6	Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа / А.М. Тер-Крикоров. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. — 678 с. (ЭБС «ЛАНЬ» http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4398)
7	Протасов Ю.М. Математический анализ / Ю.М. Протасов. — М.: ФЛИНТА, 2012. — 164 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115118)
8	Геворкян Э.А. Математика. Математический анализ. Учебно- методический комплекс / Э.А. Геворкян; Малахов А.Н. — Москва: Евразийский открытый институт, 2010 .— 343 с. (ЭБС «ЛАНЬ» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93168)
9	Полькина Е.А. Сборник заданий по высшей математике с образцами решений (математический анализ) / Е.А. Полькина; Стакун Н. С. — Москва: МПГУ; Издательство «Прометей», 2013 .— 200 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240475)
10	Альсевич Л.А. Дифференциальные уравнения / Л.А. Альсевич; Мазаник С.А.; Расолько Г.А.; Черенкова Л.П. — Минск: Высшая школа, 2012 .— 384 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=105733)
11	Асташова И.В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» / И.В. Асташова; Никишкин В.А. — Москва: Евразийский открытый институт, 2011 .— 96 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289)
12	Икрянников В.И. Практикум по высшей математике. Интегральное исчисление функции одной переменной. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Икрянников; Шварц Э.Б. — Новосибирск: НГТУ, 2010 .— 124 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228607)
13	Медведев К.В. Дифференциальные уравнения / К.В. Медведев; Шалдырван В.А. — Москва: Вузовская книга, 2008 .— 356 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=129685)
14	Вержбицкий В.М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения) / В.М. Вержбицкий .— Москва: Директ-Медиа, 2013 .— 400 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=105733)

15	Туганбаев А.А. Функции комплексного переменного / А.А. Туганбаев .— Москва: Флинта, 2012 .— 47 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115140)
16	Галкин С.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление / С.В. Галкин .— Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011 .— 240 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=257564)
17	Копаев А.В. Теория функций комплексного переменного: методические указания к выполнению домашнего задания / А.В. Копаев; Леванков В.И.; Мастихин А. В. — Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012 .— 40 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256775)

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа: [учебник для студентов вузов] / Л.Д. Кудрявцев .— М.: Физматлит, 2005- .— ISBN 5-92210183-8.Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды .— Изд. 3-е, перераб. — 2005 .— 399 с.
2	Ильин В.А. Основы математического анализа / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк . — М.: Физматлит, 2005- .— (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А.Н. Тихонова [и др.] ; Вып. 1) .Ч. 1 .— Изд. 7-е, стер. — 2005 .— 646 с.
3	Ильин В.А. Основы математического анализа / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк . — М.: Физматлит, 2005- .— (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А.Н. Тихонова [и др.] ; Вып. 2) .Ч. 2 .— Изд. 5-е, стер. — 2006 .— 464 с.
4	Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие для втузов / Д.В. Клетеник; под ред. Н.В. Ефимова .— Изд. 17-е, стер. — СПб : Профессия, 2007 .— 199 с.
5	Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / С.Е. Теплов; Романников А.Н. — Москва: Евразийский открытый институт, 2011 .— 271 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=91063)
6	Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов. — М.: Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005. — 174 с.
7	Шабунин М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / М.И. Шабунин; Половинкин Е.С.; Карлов М.И. — 3-е изд. (эл.) .— Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012 .— 363 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222878)

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
2	http://e.lanbook.com/ - ЭБС «Лань»
3	http://www.book.ru/ - ЭБС «Book.ru»
4	http://biblioclub.ru/ - Библиоклуб.ру

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Для самостоятельной работы предлагается пользоваться основной и дополнительной литературой, указанной в перечнях в п.15, а также возможностями различных математических пакетов, таких как Wolfram Mathematica, Gnuplot, MatLab, MathCad и др.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, практического типа, текущего контроля и промежуточной аттестации
Специализированная мебель, ноутбук, проектор, переносной экран для проектора на штативе
Microsoft Windows 7, LibreOffice
Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования
ноутбук, проектор, переносной экран для проектора на штативе Microsoft Windows 7, LibreOffice
Компьютерный класс, аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, помещение для самостоятельной работы
Специализированная мебель, компьютеры с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета
Microsoft Windows 7, LibreOffice

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства

1	Разделы 1-3	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.8	Контрольная работа №1 (КИМ №1)
2	Разделы 4-6	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.8	Коллоквиум №1 (КИМ №2)
3	Разделы 1-6	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.8	Перечень экзаменационных вопросов семестр 1 (КИМ №3)
4	Разделы 7-9	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.8	Контрольная работа №2 (КИМ №4)
5	Разделы 10-12	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.8	Контрольная работа №3 (КИМ №5)
6	Разделы 7-12	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.8	Перечень экзаменационных вопросов семестр 2 (КИМ №6)
7	Разделы 13-15	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.6, ОПК-1.8	Коллоквиум №2 (КИМ №7)
8	Разделы 16-19	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.6, ОПК-1.8	Коллоквиум №3 (КИМ №8)
9	Разделы 13-19	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.6, ОПК-1.8	Перечень экзаменационных вопросов семестр 3 (КИМ №9)

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

20.1.1 Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа №1 по теме «Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия» (разделы 1-3)

Пример контрольно-измерительного материала №1

1. Найти фундаментальную систему решений для системы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases}$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Доказать, что треугольник с вершинами P(-2,-1), Q(6,1), R(3,4) является прямоугольным.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Верно выполнены все задания контрольной	отлично
Верно выполнены два задания	хорошо
Верно выполнено одно задание	удовлетворительно
Нет ни одной верно решённой задачи	неудовлетворительно

Коллоквиум №1 по темам «Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных» (разделы 4-6)

Список вопросов к коллоквиуму

Часть I

1.1. Предел числовой последовательности. Определение, примеры. Основные теоремы о пределах
1.2. Теорема о монотонной ограниченной последовательности
1.3. Число e.
1.4. Предел функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции
1.5. Непрерывность функции: определение. Непрерывность в точке и на интервале. Основные теоремы о свойствах непрерывных функций (без доказательств)
1.6. Точки разрыва и их классификация

Часть II

2.1. Определение производной. Вычисление производных элементарных функций исходя из определения
2.2. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали
2.3. Арифметика производных (правила дифференцирования)
2.4. Определение и геометрический смысл дифференциала
2.5. Производная обратной и неявно заданной функции
2.6. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница
2.7. Правило Лопиталя. Пример
2.8. Формула Тейлора. Вывод. Стандартные разложения

Часть III

3.1. Определение функции нескольких переменных. Область определения. Предел и непрерывность функции нескольких переменных
3.2. Частные производные первого и высших порядков
3.3. Полный дифференциал функции нескольких переменных
3.4. Скалярное поле. Градиент и производная по направлению
3.5. Формула Тейлора для функции нескольких переменных
3.6. Экстремум функции нескольких переменных. Условные экстремумы.

В контрольно-измерительном материале содержится три вопроса: по одному из каждой части.

Пример контрольно-измерительного материала №2

1. Точки разрыва и их классификация
2. Определение и геометрический смысл дифференциала
3. Формула Тейлора для функции нескольких переменных

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Даны полные ответы на три вопроса коллоквиума	отлично
Даны полные ответы на два вопроса коллоквиума	хорошо
Дан полный ответ на один вопрос коллоквиума	удовлетворительно
Нет ответа ни на один вопрос	неудовлетворительно

Контрольная работа №2 по теме «Неопределённый и определённый интегралы. Кратные интегралы» (разделы 7-9)

Пример контрольно-измерительного материала №4

Вычислить интегралы:

1.

$$\int \frac{xdx}{(5-3x^2)^7};$$

2.

$$\int (x^3+5x)lnxdx;$$

3.

$$\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}};$$

4. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_V xy^2e^{xyz}\,dxdydz,$$

где V – тело, ограниченное поверхностями $x = 0, x = 2, y = 0, y = 3, z = 1, z = 5$.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Верно выполнены все задания контрольной	отлично
Верно выполнены три задания	хорошо
Верно выполнены два задание	удовлетворительно
Верно выполнено менее двух заданий	неудовлетворительно

Контрольная работа №3 по темам «Элементы векторного анализа. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого и высших порядков» (разделы 10-12)

Пример контрольно-измерительного материала №5

1. Пусть $\vec{a}(\vec{r}) = (\vec{k}, \vec{r}\,)\frac{\vec{r}}{r}$ – векторное поле, заданное в каждой точке, $\vec{k}$ – постоянный. Вычислить $div\,\vec{a}; rot\,\vec{a}$.
2. $y'' + 4y' + 5y = 0;\quad y(0) = 2, y'(0) = 0$.
3. $y'' + 4y = 8ctg2x,\ \ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5; y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4$.
4. $y''' - y' = 2e^x + cosx,\ \ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Верно выполнены все задания контрольной	отлично
Верно выполнены три задания	хорошо
Верно выполнены два задание	удовлетворительно
Верно выполнено менее двух заданий	неудовлетворительно

Коллоквиум №2 по темам «Числовые и функциональные ряды. Ряды Фурье» (разделы 13-15)

Список вопросов к коллоквиуму

Часть I

1.1. Числовой ряд. Понятие. Определение сходящегося и расходящегося ряда
1.2. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда
1.3. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: Д'Аламбера и радикальный признак Коши.
1.4. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: интегральный признак Коши и признаки сравнения.
1.5. Знакопеременные ряды. Определение, примеры, сходимость. Признак Лейбница.

Часть II

2.1. Функциональный ряд. Определение. Область сходимости
2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля
2.3. Интервал и радиус сходимости степенного ряда
2.4. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена

Часть III

2.1. Ортогональные и нормированные системы функций
2.2. Тригонометрическая система функций
2.3. Теорема о коэффициентах ряда Фурье. Сумма ряда Фурье
2.4. Разложение чётных и нечётных функций в ряд Фурье
2.5. Понятие об интеграле Фурье.

В контрольно-измерительном материале содержится три вопроса: по одному из каждой части.

Пример контрольно-измерительного материала №7

1. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда
2. Интервал и радиус сходимости степенного ряда
3. Тригонометрическая система функций

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Даны полные ответы на три вопроса коллоквиума	отлично
Даны полные ответы на два вопроса коллоквиума	хорошо
Дан полный ответ на один вопрос коллоквиума	удовлетворительно
Нет ответа ни на один вопрос	неудовлетворительно

Коллоквиум №3 по темам «Комплексные числа. Ряды в комплексной области. Теория вычетов и её приложения. Преобразование Лапласа»
(разделы 16-19)

Список вопросов к коллоквиуму

Часть I

1.1. Комплексные числа. Определение. Способы представление комплексного числа
1.2. Формула Эйлера. Вывод
1.3. Функция комплексного переменного. Определение. Основные элементарные функции комплексного переменного
1.4. Аналитические функции. Условия Коши-Римана
1.5. Интегральная формула Коши

Часть II

2.1. Числовые ряды в комплексной области. Абсолютная сходимость. Радиус сходимости степенного ряда
2.2. Ряды Лорана, определение. Главная и правильная части ряда Лорана. Кольцо сходимости

2.3. Особые точки и их классификация. Разложение функции в ряд Лорана около особой точки

Часть III

3.1. Вычет функции в изолированной особой точке
3.2. Формула вычисления вычета (вывод)
3.3. Основная теорема о вычетах
3.4. Лемма Жордана
3.5. Преобразование Лапласа. Определение
3.6. Таблица оригиналов и изображений
3.7. Отыскание оригинала по изображению

В контрольно-измерительном материале содержится три вопроса: по одному из каждой части.

Пример контрольно-измерительного материала №8

1. Интегральная формула Коши
2. Особые точки и их классификация
3. Преобразование Лапласа. Определение

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Даны полные ответы на три вопроса коллоквиума	отлично
Даны полные ответы на два вопроса коллоквиума	хорошо
Дан полный ответ на один вопрос коллоквиума	удовлетворительно
Нет ответа ни на один вопрос	неудовлетворительно

21. Промежуточная аттестация

21.1. Перечень вопросов к <u>экзамену</u>:

(1 семестр)

1. Определения: матрицы, основной и расширенной матриц, квадратной, диагональной, единичной, нулевой и треугольной, транспонированной матриц.
2. Линейные и нелинейные операции над матрицами: сложение, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Их свойства.
3. Определения: перестановки чисел, числа инверсий в перестановке, определителя. Вычисление определителя второго порядка, третьего порядка. Основные свойства определителя (одно из них доказать). Критерий равенства нулю определителя квадратной матрицы (с доказательством). Теорема Лапласа и ее следствия.
4. Определения: минора порядка k, минора элемента матрицы и алгебраического дополнения матрицы, ранга матрицы, элементарных преобразований матрицы. Понятие системы m линейных уравнений с n неизвестными. Методы окаймляющих миноров и элементарных преобразований для нахождения ранга матрицы.

Теорема об инвариантности ранга матрицы относительности элементарных преобразований. Теорема о базисном миноре (формулировка).

5. Определения: линейного, однородного и неоднородного уравнения, решения СЛУ, совместной и несовместной СЛУ, определённой и неопределённой СЛУ. Теорема Кронекера-Капелли. Критерий единственности решения СЛУ.
6. Эквивалентные СЛУ. Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса.
7. Определения невырожденной и обратной матрицы. Свойства обратной матрицы (с доказательством). Критерий существования обратной матрицы (с доказательством). Матричный метод решения системы (вывод формулы). Метод Крамера (формулировка теоремы с доказательством).
8. Определения системы однородных уравнений, тривиального решения и нетривиального решения, фундаментальной системы решений. Условие существования нетривиальных решений. Свойства решений СЛОУ (с доказательством). Теорема существования ФСР.
9. Деление отрезка в данном отношении (с выводом формул). Определение проекции вектора на ось. Свойства проекций. Направляющие косинусы в декартовой системе координат: определение и вывод формул, свойство направляющих косинусов. Теорема о сведении линейных операций над векторами к таким же операциям над их одноименными координатами (с доказательством). Линейная зависимость и независимость свободных векторов. Критерий линейной зависимости двух свободных векторов (доказать) Критерий линейной зависимости трех свободных векторов (доказать). Понятие базиса. Теорема (о базисе) о разложении вектора по базису и единственности разложения.
10. Скалярное произведение векторов: определение и свойства (доказать). Скалярное произведение векторов в декартовой системе координат (с выводом формулы). Критерий ортогональности (перпендикулярности) векторов (доказать).
11. Определения: правой (левой) тройки векторов, векторного произведения.

    Свойства векторного произведения (доказать) и его геометрический смысл. Критерий коллинеарности векторов (с доказательством, используя векторное произведение векторов). Вычисление векторного произведения в декартовой системе координат (с выводом формулы).
12. Смешанное произведение трёх векторов: определение и свойства (доказать).

    Определение компланарных векторов. Критерий компланарности трёх векторов (доказать). Вычисление смешанного произведения в декартовой системе координат (с выводом формулы). Геометрический смысл смешанного произведения (доказать теорему о модуле смешанного произведения).
13. Линейное пространство: определение и примеры. Линейные подпространства: определение, критерий подпространства.
14. Понятия базиса и размерности линейного пространства. Определение линейной зависимости и независимости векторов линейного пространства. Критерий линейной зависимости векторов линейного пространства (доказать). Формула преобразования координат вектора линейного пространства при преобразовании его базиса (вывод).
15. Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Докажите, что каждый

собственный вектор соответствует одному собственному значению. Докажите, что если и – собственные векторы оператора φ, относящиеся к одному и тому же собственному значению λ, то их линейная комбинация $\alpha x_1 + \beta x_2$ собственный вектор оператора φ, относящийся к тому же собственному значению. Доказать, что если векторы и относятся к различным собственным значениям λ_1, λ_2 то они линейно независимы.

16. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Теорема о независимости характеристического многочлена от выбора базиса (доказать). Критерий диагонализируемости линейного оператора (доказать).
17. Геометрические векторы: определение, операции сложения векторов и умножения вектора на вещественное число, свойства операций.
18. Линейные комбинации геометрических векторов, линейная зависимость и независимость, базис и единственность разложение вектора по базису, преобразование координат при сложении векторов и умножении на число.
19. Декартова система координат: координаты точки и вектора, заданного двумя точками, деление отрезка в данном отношении.
20. Полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.
21. Скалярное произведение геометрических векторов: определение и основные свойства, скалярное произведение линейных комбинаций, формула скалярного произведения в координатах в ортонормированном базисе, выражение длины вектора и угла между ненулевыми векторами через скалярное произведение, формулы ортогональной проекции вектора на направление ненулевого вектора и разложения вектора по ортогональному базису.
22. Векторное произведение геометрических векторов: определение, основные свойства, векторное произведение линейных комбинаций, формула векторного произведения в правом ортонормированном базисе, ориентированная площадь параллелограмма на плоскости и определитель второго порядка.
23. Смешанное произведение геометрических векторов: определение, основные свойства, связь с ориентируемым объемом параллелепипеда и выражение через координаты в правом ортонормированном базисе в виде определителя третьего порядка.
24. Дополнительные свойства векторного произведения: двойное векторное произведение, тождество Якоби, скалярное произведение двух векторных произведений, формула косинусов сферической геометрии, векторное произведение и формулы Крамера.
25. Преобразование координат вектора и точки при замене базиса и декартовой системы координат, вид параллельных переносов, отражений и поворотов плоскости в координатах в подходящей декартовой системе координат.
26. Уравнения прямой на плоскости: общее, нормальное, в отрезках координатных осей, параметрические, каноническое, по двум точкам, через определитель.
27. Уравнения плоскости в пространстве: общее, нормальное, в отрезках координатных осей, параметрические, каноническое, по трем точкам, через определитель.

28. Уравнения прямой в пространстве: задание системой двух линейных уравнений, параметрические уравнения, каноническое, по двум точкам.
29. Формулы расстояний между двумя точками, от точки до прямой на плоскости, от точки до плоскости в пространстве, от точки до прямой в пространстве, между параллельными и скрещивающимися прямыми в пространстве.
30. Вычисление углов между двумя ненулевыми векторами, между прямыми на плоскости, между плоскостями в пространстве, между прямой и плоскостью в пространстве.
31. Эллипс: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокальное, директориальное и оптическое свойства.
32. Гипербола: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокальное, директориальное и оптическое свойства.
33. Парабола: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокально-директориальное и оптическое свойства.
34. Приведение общего уравнения кривой второго порядка на плоскости каноническому виду.
35. Эллипсоид: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, теорема о круговых сечениях.
36. Конус: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о плоских сечениях кругового конуса.
37. Однополостный и двуполостный гиперболоиды: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о прямолинейных образующих.
38. Эллиптический и гиперболический параболоиды: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о прямолинейных образующих.
39. Классификация и вид цилиндрических поверхностей.
40. Множества. Вещественные числа. Свойства вещественных чисел. Модуль числа, целая и дробная части.
41. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.
42. Ограниченные множества. Точные верхняя и нижняя грани. Свойство полноты множества вещественных чисел.
43. Лемма об отделимости множеств. Леммы о системе вложенных отрезков.
44. Отображения. Взаимно однозначное отображение. Обратное отображение.
45. Мощность множества. Счетные множества. Несчетность множества вещественных чисел.
46. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Тригонометрическая и показательные формы комплексного числа.
47. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности.
48. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах.
49. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса.
50. Число "е".
51. Подпоследовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
52. Критерий Коши сходимости последовательности.

53. Функции. Предел функции. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне.
54. Арифметические свойства пределов, предельный переход в неравенствах).
55. Замечательные пределы.
56. Односторонние пределы Монотонные функции. Предел монотонной функции.
57. Критерий Коши существования предела функции.
58. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин. О-символика.
59. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Элементарные функции.
60. Классификация точек разрыва. Примеры.
61. 1 и 2-я теоремы Коши о функциях, непрерывных на отрезке.
62. 1 и 2-я теоремы Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.
63. Обратная функция. Теорема об обратной функции для монотонной непрерывной функции.
64. Равномерная непрерывность функции. Теорема Гейне-Кантора.
65. Производная функции в точке. Геометрический и физический смысл. Примеры. Производная произведения функции на число, суммы функции, произведения и частного.
66. Дифференциал функции. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Связь дифференцируемости и непрерывности. Правила дифференцирования.
67. Производная сложной функции. Производная обратной функции.
68. Производные элементарных функций.
69. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная функции, заданной параметрически.
70. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лейбница. Нарушение инвариантности формы 2-го дифференциала.
71. Возрастание и убывание функции в точке. Локальные экстремумы. Теорема Ферма.
72. Теоремы Роля и Лагранжа.
73. Теорема Коши.
74. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
75. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
76. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без док-ва). Формула Тейлора для основных функций.
77. Достаточные условия экстремума (1-е, 2-е и 3-е дост. усл.)
78. Выпуклые функции. Точки перегиба.
79. Асимптоты. Исследование поведения функций с помощью производных.
80. Функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Расстояние в пространстве Rn. Открытый и замкнутый шар, сфера. Окрестность точки в пространстве Rn . Прямоугольные и шаровые окрестности.
81. Частные производные. Дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости функции. Пример, показывающий, что необходимое условие дифференцируемости не является достаточным.

82. Достаточное условие дифференцируемости функции.
83. Теорема о дифференцируемости сложной функции. Формула для вычисления частных производных сложной функции.
84. Производная по направлению. Градиент.
85. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков.
86. Неявные функции. Теорема о неявной функции.
87. Матрица Якоби. Якобиан. Взаимно однозначные отображения.
88. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума.
89. Условный экстремум. Прямой метод отыскания условного экстремума. Метод Лагранжа отыскания условного экстремума.

В экзаменационном билете три вопроса.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Даны полные ответы на три вопроса	отлично
Даны полные ответы на два вопроса	хорошо
Дан полный ответ на один вопрос	удовлетворительно
Нет ответа ни на один вопрос	неудовлетворительно

(2 семестр)

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Замена переменных. Интегрирование по частям.
2. Интегрирование простейших дробей первого, второго и третьего типов.
3. Интегрирование простейших дробей четвертого типа. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование некоторых иррациональностей. Биноминальные дифференциалы.
5. Интегрирование функций R(sin x, cos x).
6. Интегрирование функций . Использование формул понижения степени.
7. Определенный интеграл. Примеры интегрируемой и неинтегрируемой функции. Необходимое условие интегрируемости.
8. Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства. Необходимое и достаточное условия интегрируемости.
9. Классы интегрируемых функций.
10. Основные свойства интегрируемых функций и определенного интеграла.

11. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами. Интегральная теорема о среднем.
12. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула НьютонаЛейбница.
13. Кривые в пространстве и на плоскости. Спрямляемые кривые. Длина кривой.
14. Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь плоской фигуры. Выражение площади криволинейной трапеции с помощью определенного интеграла.
15. Функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Расстояние в пространстве Rn. Открытый и замкнутый шар, сфера. Окрестность точки в пространстве Rn . Прямоугольные и шаровые окрестности.
16. Частные производные. Дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости функции. Пример, показывающий, что необходимое условие дифференцируемости не является достаточным.
17. Достаточное условие дифференцируемости функции.
18. Теорема о дифференцируемости сложной функции. Формула для вычисления частных производных сложной функции. Производная по направлению. Градиент.
19. Двойной интеграл. Теорема о сведении двойного интеграла к повторному. Аддитивность двойного интеграла по области.
20. Площадь в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Производная двойного интеграла по области. Приложения двойного интеграла.
21. Тройной интеграл. Сведение тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Приложения тройного интеграла.
22. Криволинейные интегралы первого рода. Натуральный параметр кривой. Сведение криволинейного интеграла к определенному.
23. Криволинейные интегралы второго рода. Сведение к определенному интегралу.
24. Формула Грина.
25. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути.
26. Понятие поверхности. Площадь поверхности.
27. Поверхностные интегралы первого рода. Формулы для вычисления поверхностных интегралов первого рода для параметрически и явно заданных поверхностей.
28. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы второго рода. Формулы для вычисления поверхностных интегралов второго рода для параметрически и явно заданных поверхностей.
29. Формула Остроградского. Формула Стокса.
30. Несобственные интегралы первого и второго рода. Примеры. Главное значение несобственного интеграла.
31. Признаки сходимости несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки Дирихле и Абеля. Примеры абсолютно и условно сходящихся интегралов.
32. Запись градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа с помощью оператора.

33. Определение поверхностных интегралов 1 рода и формулы для вычисления.
34. Определение поверхностных интегралов 2 рода и формулы для вычисления.
35. Формула Стокса.
36. Формулы для вычисления площади поверхности.
37. Двойственные базисы.
38. Запись в тензорных обозначениях преобразования координат векторов и матриц линейных операторов при замене базиса.
39. Коэффициенты Ламэ.
40. Определение и примеры ортогональных систем координат.
41. Потенциальные поля.
42. Соленоидальные поля.
43. Инвариантное определение дивергенции.
44. Запись градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа с помощью оператора.
45. Инвариантное определение ротора.
46. Ковариантные и контравариантные координаты вектора.
47. Общее определение тензоров произвольного порядка.
48. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом собственных векторов.
49. Формула Остроградского-Гаусса.
50. Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Решение, интегральная кривая. Примеры.
51. Задача Коши, начальные данные. Геометрическая интерпретация задачи Коши. Формулировка достаточных условий существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Примеры.
52. Различные типы уравнений первого порядка, интегрируемые в квадратурах.
53. Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа, Клеро. Примеры.
54. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, не разрешённого относительно производной. Особые решения, огибающие семейства решений. Пример неединственности решения задачи Коши.
55. Простейшие типы уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.
56. Определение системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме. Порядок системы, решение системы. Задача Коши для нормальной системы, начальные данные. Геометрическая интерпретация решения задачи Коши.
57. Теорема существования решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
58. Теорема единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
59. Теорема существования решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме.

60. Теорема единственности решения задачи Коши для системы (линейных?) обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме.
61. Линейная зависимость и независимость систем вектор-функций. Линейное пространство решений линейной однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме и его размерность.
62. Общее решение однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме. Теорема о структуре общего решения.
63. Фундаментальная система решений линейной однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица и её свойства.
64. Определитель Вронского системы вектор-функций и его свойства.
65. Формула Лиувилля.
66. Общее решение неоднородной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема о структуре общего решения.
67. Метод вариации постоянных для нахождения частного решения линейной неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
68. Фундаментальная система решений линейной однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
69. Выделение действительных решений линейной однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными действительными коэффициентами.
70. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения n-ого порядка.
   Эквивалентность системе обыкновенных дифференциальных уравнений n-ого порядка.
71. Линейная зависимость и независимость систем функций. Линейное пространство решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка, его размерность. Фундаментальная система решений однородного уравнения n-ого порядка. Теорема об общем решении однородного уравнения.
72. Определитель Вронского системы функций и его свойства.
73. Общее решение неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка. Теорема о структуре общего решения.
74. Метод вариации постоянных для поиска частных решений неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка.
75. Фундаментальная система решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами.
76. Построение общего решения неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
77. Выделение действительных решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка с постоянными действительными коэффициентами.
78. Уравнение Эйлера.
79. Понятие устойчивости решения системы дифференциальных уравнений в нормальной форме. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость точки покоя.

80. Классификация точек покоя системы двух линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.
81. Теорема об исследовании устойчивости нулевого решения системы по первому приближению.
82. Теоремы Ляпунова об устойчивости нулевого решения системы. Функции Ляпунова.
83. Нелинейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Критерий первого интеграла. Общий интеграл системы. Симметричная форма системы дифференциальных уравнений.

В экзаменационном билете три вопроса.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Даны полные ответы на три вопроса	отлично
Даны полные ответы на два вопроса	хорошо
Дан полный ответ на один вопрос	удовлетворительно
Нет ответа ни на один вопрос	неудовлетворительно

(3 семестр)

1. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд.
2. Теорема сравнения для положительных рядов. Теорема сравнения в предельной форме. Обобщенный гармонический ряды. Специальный признак сравнения.
3. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак Коши.
4. Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость. Пример условно сходящегося ряда. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящего ряда. Теорема о перестановке членов условно сходящегося ряда (теорема Римана). Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница.
5. Функциональные ряды. Поточечная и равномерная сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
6. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов -.
7. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
8. Разложение функции в степенной ряд. Разложения основных элементарных функций.
9. Периодические функции. Основная тригонометрическая система Ряд Фурье по основной тригонометрической системе.
10. Среднее квадратичное отклонение. Свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя.
11. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье.

12. Теоремы о сходимости и равномерной сходимости ряда Фурье.
13. Интеграл Фурье как предельная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье.
14. Комплексные числа. Действия с комплексными числами. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства. Комплексное сопряжение. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Операции возведения в целую степень и извлечение корня, формулы Эйлера и Муавра. Примеры множеств на комплексной плоскости.
15. Последовательности комплексных чисел. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности комплексных чисел. Критерий Коши. Понятие бесконечно удаленной точки. Расширенная комплексная плоскость.
16. Понятие функции комплексной переменной. Однозначные и однолистные отображения. Обратные функции. Элементарные функции комплексной переменной: линейная и дробнолинейная функция, экспонента и логарифм, степень с произвольным показателем, функция Жуковского; тригонометрические и гиперболические функции.
17. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность и равномерная непрерывность.
18. Дифференцируемость по комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Аналитические функции и их свойства. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Понятие конформного отображения.
19. Интеграл от функции комплексной переменной по кривой на комплексной плоскости, его свойства, связь с криволинейными интегралами, сведение к интегралу по действительной переменной, замена переменной.
20. Интегральная теорема Коши. Неопределенный интеграл, первообразная, формула Ньютона-Лейбница, интегральная формула Коши-Адамара.
21. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши. Формула среднего значения. Принцип максимума модуля аналитической функции.
22. Интеграл типа Коши и возможность его дифференцирования под знаком интеграла. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций. Теорема Морера. Теорема Лиувилля.
23. Интегралы, зависящие от параметра.
24. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Почленное интегрирование равномерно сходящегося ряда. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций.
25. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Теорема о представлении аналитической функции рядом Тейлора.
26. Правильные и особые точки функции. Нули аналитической функции. Теорема о нулях аналитической функции. Единственность определения аналитической функции. Множества задания аналитической функции.
27. Понятие аналитического продолжения. Аналитическое продолжение через общую подобласть двух областей. Теорема о наличии особой точки на границе круга сходимости степенного ряда для аналитической функции. Аналитическое продолжение через общий участок границы двух областей. Аналитическое

продолжение с действительной оси. Распространение на комплексную плоскость соотношений, справедливых на действительной оси. Понятие римановой поверхности и точки ветвления многозначных функций.

28. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения.
29. Изолированные особые точки однозначной аналитической функции. Их классификация по поведению функции и ряду Лорана. Теоремы об устранимой особой точке и о полюсе. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса о существенно особой точке. Бесконечно удаленная точка как особая.
30. Понятие вычета. Основная теорема теории вычетов. Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов. Лемма Жордана.
31. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема высшей алгебры.
32. Конформные отображения. Необходимое и достаточное условие конформности отображения. Основные принципы конформных отображений: принцип соответствия границ, теорема Римана (без доказательства).
33. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Дробно-линейная функция и ее свойства. Общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг. Функция Жуковского и ее свойства.
34. Гармонические функции на плоскости, их связь с аналитическими функциями. Преобразование оператора Лапласа при конформном отображении. Применение конформных отображений в задачах электростатики. Задача Дирихле, применение конформных отображений для ее решения. Формулы Пуассона для круга и для верхней полуплоскости. Задача Робэна- определение плотности распределения заряда на идеально проводящем проводнике.
35. Преобразование Лапласа и его свойства. Изображение элементарных функций. Свойства изображения. Теорема Меллина, формула обращения преобразования Лапласа. Применение преобразования Лапласа к решению линейных дифференциальных уравнений. Изображение произведения.
36. Метод перевала.

В экзаменационном билете три вопроса.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Даны полные ответы на три вопроса	отлично
Даны полные ответы на два вопроса	хорошо
Дан полный ответ на один вопрос	удовлетворительно
Нет ответа ни на один вопрос	неудовлетворительно

20.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ. Критерии оценивания указаны выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

22. Фонд оценочных средств, рекомендуемых к использования в ходе проверки остаточных знаний (оценке достижения результатов освоения дисциплины)

Тестовый контроль – 1

Часть I Задания с выбором ответа (*каждый ответ – 1 балл*)

1) Укажите результат скалярного произведения векторов $\vec{a} = \{-1,2,3\};\ \vec{b} = \{0,1,2\}$

А: 0
Б: 1
В: 8
Г: -8
Ответ: В

2) Укажите каноническое уравнение параболы

А: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Б: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

В: $y^2 + x^2 = 2p$
Г: $y^2 = 2px$
Ответ: Г

3) укажите производную функции $f(x) = \sin^2 x$

А: $cos2x$
Б: $sin2x$
В: $2sinx$
Г: $y = 2cosx$
Ответ: Б

4) для функции $u(x, y) = x^2 - 2xy$ смешанная вторая производная равна
А: 2
Б: 0
В: -1
Г: 1
Ответ: В

5) предел $\lim\limits_{x \to 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$ равен
А: e
Б: π
В: 1
Г: 0
Ответ: А.
Часть II Задания с кратким ответом (*каждый ответ – 2 балла*)

1) Указать значение определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

Ответ: 8.
Пояснение: определитель матрицы $2x2$ вычисляется как разность произведений элементов главной и побочной диагонали, таким образом, указанный определитель равен $1 \cdot 2 - (-3 \cdot 2) = 8$.

2) Указать $f''(0)$ для функции $f(x) = xe^x$.

Ответ: 2.
Пояснение:

$$f'' = (xe^x)'' = (2 + x)e^x; f''(0) = 2 \cdot 1 = 2.$$

3) Указать $u''_{xx}(1,1)$ для функции $u(x, y) = x^2 \cos(x - y)$.

Ответ: 1.

Пояснение:

$$u''_{xx} = 2\cos(x-y) - 4xsin(x-y) - x^2\cos(x-y)\,;\; u''_{xx}(1{,}1) = 2 - 0 - 1 = 1\,.$$

Часть III Задания с развернутым ответом (*задача 1 – максимум 4 балла, задача 2 – максимум 5 баллов*)

1) Пусть $A(-6,-1)$, $B(-4,-4)$, $C(-1,-6)$, $D(-3,-3)$. Доказать, что $ABCD$ – ромб и найти его площадь.

Ответ: $S = 5$.

Решение:
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = (2,-3), \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = (3,-2),\; |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{13},$ $S = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{BD}| = \frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 5.$

2) Определить экстремумы функции $f(x) = x^2 e^x$.

Ответ:

$$x_{min} = 0; f_{min} = f(0) = 0;\; x_{max} = -2; f_{max} = f(-2) = \frac{4}{e^2} \approx 0{,}541.$$

Решение: определим первую производную функцию и найдём её нули:

$$f'(x) = 2xe^x + x^2e^x = xe^x(2+x) = 0; x_1 = -2; x_2 = 0.$$

При переходе через значение -2 производная меняет знак с " + " на " – ", следовательно, данная точка – точка максимума; при переходе через значение 0 производная меняет знак с " – " на " + ", следовательно, данная точка – точка минимума. Таким образом:

$$x_{min} = 0; f_{min} = f(0) = 0;\; x_{max} = -2; f_{max} = f(-2) = \frac{4}{e^2} \approx 0{,}541.$$

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 17 до 20 баллов. При этом задания части III могут оцениваться частично. В случае допущения некоторых неточностей (например, вычислительной ошибки), допускается неполное снижение баллов и частичная оценка задания.	Отлично
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 12 до 16 баллов.	Хорошо
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 8 до 11 баллов.	Удовлетворительно
В результате выполнения задания обучающийся набирает менее 8 баллов	Неудовлетворительно

Тестовый контроль – 2

Часть I Задания с выбором ответа (*каждый ответ – 1 балл*)

1) Укажите первообразную для функции $x^3 + x$

А: $0{,}25x^4 + 0{,}5x^2 + x$
Б: $0{,}25x^4 - 0{,}5x^2 + 2$
В: $0{,}25x^4 + 0{,}5x^2 + 1$
Г: $x^4 + x^2$
Ответ: В

2) Укажите значение определённого интеграла $\int_{-2}^{2}(x^3 + 2x)dx$:

А: 0
Б: 2
В: 4
Г: -1
Ответ: А

3) Геометрический смысл интеграла $\iint_S \ dxdy$

А: объём призмы высотой 1 с основанием, задаваемым областью S
Б: площадь S
В: длина кривой, охватывающей S
Г: не имеет геометрического смысла
Ответ: Б

4) уравнение $y' + 2xy = x$ относится к уравнениям
А: с разделяющимися переменными
Б: Бернулли
В: Риккати
Г: линейным неоднородным уравнениям
Ответ: Г

5) Укажите общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$
А: $C_1 cos2x + C_2 sin2x$
Б: $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$
В: $C_1 + C_2 x$
Г: $(C_1 cos2x + C_2 sin2x)x$
Ответ: А.

Часть II Задания с кратким ответом (*каждый ответ – 2 балла*)

1) Вычислить интеграл $\int_{-1}^{1} arctgx dx$

Ответ: 0.

Варианты решений:

Способ I. $f(x) = arctgx$ – нечётная функция, интегрируемая по симметричным пределам, следовательно, интеграл равен 0.

Способ II. Непосредственное вычисление даёт

$$\int_{-1}^{1} arctgxdx = \begin{vmatrix} u = arctgx & dv = dx \\ du = \dfrac{dx}{1+x^2} & v = x \end{vmatrix} = xarctgx|_{-1}^{1} + \int_{-1}^{1} \frac{xdx}{1+x^2}$$

$$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln(1+x^2)\Big|_{-1}^{1} = 0.$$

2) Укажите решение задачи Коши $y' + xy = 0; y(0) = 1$.

Ответ: $y(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Пояснение: данное уравнение является уравнением с разделяющимися переменными, поэтому:

$$y' + xy = 0 \to dy + xydx = 0 \to \frac{dy}{y} + xdx = 0 \to \ln|y| + \frac{x^2}{2} = lnC$$

$$y = Ce^{-\frac{x^2}{2}} \to y(0) = 1 = C; y(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

3) Напишите формулу интегрирования по частям:

Ответ:

$$\int udv = uv - \int vdu.$$

Часть III Задания с развернутым ответом

1) Вычислить площадь криволинейной трапеции, образованной отрезком горизонтальной оси OX в интервале $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ и графиком функции $f(x) = cosx$.

Решение:

$$\int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{\pi/2}} cosxdx = sinx|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Ответ: 1.

2) Решить задачу Коши $y'' - 2y' + y = 0; y(0) = 0; y'(0) = 1$.

Решение:

Составляем характеристическое уравнение:

$$k^2 - 2k + 1 = 0 \to k = 1.$$

Записываем общее решение дифференциального уравнения:

$$y(x) = (C_1 + C_2x)e^x.$$

Задача Коши:

$$y(0) = 0: C_1 = 0; y'(0) = C_2(1+0)e^0 = C_2 = 1.$$

Решение:

$$y(x) = xe^x.$$

Ответ:

$$y(x) = xe^x.$$

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 17 до 20 баллов. При этом задания части III могут оцениваться частично. В случае допущения некоторых неточностей (например, вычислительной ошибки), допускается неполное снижение баллов и частичная оценка задания.	Отлично
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 12 до 16 баллов.	Хорошо
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 8 до 11 баллов.	Удовлетворительно
В результате выполнения задания обучающийся набирает менее 8 баллов	Неудовлетворительно

Тестовый контроль – 3

Часть I Задания с выбором ответа (*каждый ответ – 1 балл*)

1) Укажите несуществующий признак сходимости числового ряда

А: Д’Аламбера
Б: сравнения
В: Коши
Г: Решетникова
Ответ: Г

2) Областью сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n-1}}{n}$ является интервал:

А: $(-\infty, +\infty)$
Б: $(-\infty, 0)$
В: $(0, +\infty)$
Г: $(-1,1)$
Ответ: Г

3) Продолжите равенство $z + z^* =$

А: $2Rez$
Б: $2Imz$
В: 0
Г: $|z|^2$
Ответ: А

4) формула $e^{ix} = cosx + isinx$ носит имя

А: Лапласа
Б: Муавра
В: Эйлера
Г: Ляпунова
Ответ: В

5) Функцию $f(x) = x^2 - 2$ раскладывают на интервале $[-\pi, \pi]$ в ряд Фурье. В разложении будут присутствовать
А: только слагаемые, содержащие $\sin(nx)$
Б: только слагаемые, содержащие $\cos(nx)$
В: слагаемые, содержащие и $\sin(nx)$ и $\cos(nx)$
Г: данную функцию невозможно разложить в ряд Фурье на данном интервале

Ответ: Б.

Часть II Задания с кратким ответом (*каждый ответ – 2 балла*)

1) Радиус сходимости функционального ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+2}(x-1)^n$.

Ответ: 1.
Пояснение: радиус сходимости функционального ряда

$$R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{n}{n+2}\cdot\frac{n+3}{n+1}\right| = 1.$$

2) Укажите модуль комплексного числа, являющегося результатом вычисления $(2-3i)(1+i)^2 - 3$

Ответ: 5.
Пояснение:

$$(2-3i)(1+i)^2 - 3 = 2i(2-3i) - 3 = 4i + 3; |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

3) Указать коэффициент c_2 в разложении функции $f(x) = 2\ln(1+x^2)$ по степеням x.

Ответ: 2.
Пояснение: разложение логарифма имеет вид:

$$2\ln(1+x^2) = 2\left(x^2 - \frac{x^4}{2} + \cdots\right); c_2 = 2.$$

Часть III Задания с развернутым ответом (*задача 1 – максимум 4 балла, задача 2 – максимум 5 баллов*)

1) Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.

   Решение:
   Для исследования сходимости данного ряда воспользуемся признаком Д'Аламбера:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}\cdot\frac{n!}{2^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n}=0<1,$$

Следовательно, данный ряд сходящийся.

2) Определить коэффициент b_0 в разложении функции $f(x)=x^2$ на интервале $[-\pi,\pi]$ в ряд Фурье.

Решение:

$$b_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2dx=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi}x^2dx=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{x^3}{3}\bigg|_0^{\pi}=\frac{2\pi^2}{3}.$$

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 17 до 20 баллов. При этом задания части III могут оцениваться частично. В случае допущения некоторых неточностей (например, вычислительной ошибки), допускается неполное снижение баллов и частичная оценка задания.	Отлично
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 12 до 16 баллов.	Хорошо
В результате выполнения задания обучающийся набирает от 8 до 11 баллов.	Удовлетворительно
В результате выполнения задания обучающийся набирает менее 8 баллов	Неудовлетворительно